

# Esempio di belief non coerenti

Appunti a cura di  
Fioravante PATRONE  
<http://www.diptem.unige.it/patrone/default.htm>

versione del: 26 dicembre 2006

## Indice

### 1 Esempio di belief non coerenti 2

Queste due paginette riguardano i giochi ad informazione incompleta e specificamente contengono un esempio di belief non coerenti, nel senso che non possono essere dedotti da una unica prior sulle coppie di tipi possibili.

Fioravante PATRONE  
Dipartimento di Ingegneria della  
Produzione, Termoeconomica e  
Modelli Matematici  
P.le Kennedy - Pad D  
16129 Genova - ITALY  
[patrone@diptem.unige.it](mailto:patrone@diptem.unige.it)

<http://www.diptem.unige.it/patrone>  
<http://tdg.dima.unige.it>  
<http://www.citg.unige.it/citg.htm>  
<http://www.scallywag.it>

<http://www.diptem.unige.it/patrone/DRI.htm>

homepage  
web teaching  
web server "CITG"  
web page del gruppo  
Scallywag

Decisori (razionali) interagenti

## 1 Esempio di belief non coerenti

Consideriamo il seguente esempio di belief. Nella tabella che segue sono rappresentati  $p^I, p^{II}$  (uso le notazioni di *Decisori (razionali) interagenti*, Edizioni PLUS, Pisa, 2006. Sono, comunque, notazioni standard). Per la precisione, nella parte sinistra delle caselle si leggono (per riga) i belief dei tipi del giocatore  $I$  rispetto ai tipi del giocatore  $II$ ; viceversa, nella parte destra delle caselle si leggono (per colonna) i belief dei tipi del giocatore  $II$  rispetto ai tipi del giocatore  $I$ .

	II.1	II.2	II.3
I.1	1/3:1/4	2/3:3/4	0:1/2
I.2	1/3:3/4	1/3:1/4	1/3:1/2

Quindi, ad esempio, il tipo 1 del giocatore  $I$  assegna probabilità  $2/3$  al fatto che  $II$  sia di tipo 2; allo stesso tempo, il tipo 2 del giocatore  $II$  assegna probabilità  $3/4$  al fatto che  $I$  sia del tipo 1.

I belief descritti dalla matrice corrispondono al caso coerente? Cioè se si possono trovare 6 numeri che mi permettono di ricostruire (attraverso probabilità condizionata) la tabella precedente?

	II.1	II.2	II.3
I.1	$p_{11}$	$p_{12}$	$p_{13}$
I.2	$p_{21}$	$p_{22}$	$p_{23}$

Vediamo se è possibile.

Scriviamo le formule delle probabilità condizionate. Supponiamo che tutte le quantità che compaiono al denominatore siano strettamente positive: se una di queste si annulla, la corrispondente equazione non ci interessa più (per fortuna), in quanto non abbiamo alcun vincolo sulla probabilità condizionata. La trattazione di questi dettagli viene fatta in fondo.

$$\frac{p_{11}}{p_{11} + p_{12} + p_{13}} = 1/3 \quad \frac{p_{12}}{p_{11} + p_{12} + p_{13}} = 2/3 \quad \frac{p_{13}}{p_{11} + p_{12} + p_{13}} = 0$$

$$\frac{p_{21}}{p_{21} + p_{22} + p_{23}} = 1/3 \quad \frac{p_{22}}{p_{21} + p_{22} + p_{23}} = 1/3 \quad \frac{p_{23}}{p_{21} + p_{22} + p_{23}} = 1/3$$

$$\begin{aligned} \frac{p_{11}}{p_{11} + p_{21}} &= 1/4 & \frac{p_{21}}{p_{11} + p_{21}} &= 3/4 \\ \frac{p_{12}}{p_{12} + p_{22}} &= 3/4 & \frac{p_{22}}{p_{12} + p_{22}} &= 1/4 \\ \frac{p_{13}}{p_{13} + p_{23}} &= 1/2 & \frac{p_{23}}{p_{13} + p_{23}} &= 1/2 \end{aligned}$$

Notiamo subito che da  $\frac{p_{13}}{p_{11}+p_{12}+p_{13}} = 0$  otteniamo  $p_{13} = 0$ . Ma questo è incompatibile con  $\frac{p_{13}}{p_{13}+p_{23}} = 1/2$ .

Quindi non possiamo dedurre i belief da una prior comune. Per lo meno qualora, come detto, i denominatori delle espressioni precedenti non siano nulli.

Vediamo i casi “degeneri” lasciati in sospeso.

Osservo che, essendo  $p_{11} + \dots + p_{23} = 1$ , al più uno dei due denominatori  $p_{11}+p_{12}+p_{13}$  e  $p_{21}+p_{22}+p_{23}$  si può annullare (e possiamo evitare di analizzare gli altri casi, quelli che riguardano i “denominatori” relativi ai belief di *II*).

Se  $p_{11} + p_{12} + p_{13} = 0$ , ne segue immediatamente che  $p_{11} = p_{12} = p_{13} = 0$  (visto che si tratta di quantità maggiori o uguali a zero). Segue anche che  $p_{21} + p_{22} + p_{23} = 1$ . Dalla seconda riga della matrice data, si ricava (usando la definizione di probabilità condizionata) che deve essere  $p_{21} = p_{22} = p_{23} = 1/3$ . Abbiamo ricavato, in particolare, che  $p_{11} = 0$  e che  $p_{21} = 1/3$ . Ma allora da questo ricaveremmo che i belief di *II.1* sarebbero che *I* è del tipo 1 con probabilità 1 e del tipo 2 con probabilità 0. Il che non corrisponde ai dati.

L'altro caso si tratta in modo assolutamente analogo. Ecco i dettagli per pigri e diffidenti.

Se  $p_{21} + p_{22} + p_{23} = 0$ , si ha che  $p_{21} = p_{22} = p_{23} = 0$ . Segue anche che  $p_{11} + p_{12} + p_{13} = 1$ . Dalla prima riga della matrice data, si deduce che  $p_{11} = 1/3$ ,  $p_{12} = 2/3$  e  $p_{13} = 0$ . Abbiamo quindi che  $p_{11} = 1/3$  e  $p_{21} = 0$ . Anche in questo caso ricaveremmo che i belief di *II.1* sarebbero che *I* è del tipo 1 con probabilità 1 e del tipo 2 con probabilità 0. Il che non corrisponde ai dati.