

## Note speciali per chi voglia fare un uso proficuo della teoria dei giochi...

Postfazione alla conferenza:

### Perché occuparsi della teoria dei giochi

Auditorium dell'Acquario di Genova

15 gennaio 2003

Fioravante PATRONE

Dipartimento di Matematica

Via Dodecaneso 35

16146 GENOVA

patrone@dima.unige.it

<http://www.dima.unige.it/~patrone> homepage

<http://tdg.dima.unige.it> web teaching

<http://www.citg.unige.it/citg.htm> web server "CITG"

<http://www.scallywag.it> web page del gruppo Scallywag

Vorrei riproporre l'esempio col dado truccato che ho fatto alla conferenza, così da poter fare qualche considerazione "a lato".

Procuratevi un dado "truccato", che abbia solo le facce con i numeri 1, 2, 3, mentre le altre sono prive di numerazione. (Nota: dadi speciali di questo genere possono essere chiesti al sottoscritto al modico prezzo di 5000 euro cadauno).

Offrite, a chi lo desidera, di pagare 60 euro per partecipare al gioco seguente:

chi ha pagato, ed ha quindi diritto di partecipare al gioco, può scegliere fra la riga  $A$  e la riga  $B$  della matrice sotto, dopo di che verrà lanciato il dado e riceverà i pagamenti (in euro) come descritto nella tabella:

	esce 1	esce 4,5,6
A	200	0
B	0	100

si intende che il dado sarà lanciato fino a quando non uscirà uno dei numeri previsti.

Se il gioco fosse onesto, si potrebbero fare i conti seguenti:

- se scelgo  $A$ , la probabilità che esca 1 (fra 1, 4, 5, 6) è  $1/4$  e quindi in media mi aspetto di guadagnare  $200 \cdot 1/4 + 0 \cdot 3/4 = 50$

- se scelgo  $B$ , la probabilità che esca uno dei numeri 4, 5, 6 (sempre fra 1, 4, 5, 6) è  $3/4$  e quindi in media mi aspetto di guadagnare  $0 \cdot 1/4 + 100 \cdot 3/4 = 75$

Allora, chi paga i 60 euro per partecipare al gioco, immagina che scegliendo  $B$  avrà un guadagno medio di 75 euro. Questo tipo di conti possono indurre molti a pagare i 60 euro per poter partecipare.

Infatti, se il dado non fosse truccato, chi partecipasse al gioco e facesse la scelta  $B$  otterrebbe un guadagno netto atteso di 15 euro. Si tratterebbe quindi di un gioco non equo, ma bensì favorevole a chi vi partecipa, per usare la terminologia consueta del calcolo delle probabilità. Solo che qui il dado onesto non era.

Note tecnico-didattiche...

1. Una variante carina è quella di permettere all'incauto che accetta la scommessa di poter pagare più di una posta, in modo di poter partecipare a più lanci di dadi!
2. Osservo che il fatto di avere un dado con tre facce regolarmente numerate, come quello che avevo io il giorno della conferenza, è molto utile perché permette di mostrare le tre facce regolari. Che sono, per di più, disposte come in un dado normale (penso che quasi tutti sappiano che un dado regolare ha facce opposte la cui somma fa 7). In effetti, il giorno della conferenza, prima di cominciare a parlare, io avevo poggiato con la massima attenzione il dado sul tavolo, facendo attenzione che fossero visibili al pubblico le tre facce "giuste". Precauzione poco utile, visto che probabilmente la distanza avrà permesso ai più solo di vedere che c'era un dado.
3. I conti che ho fatto nella pagina precedente riguardano quello che tecnicamente viene chiamato guadagno atteso. Abbiamo visto che, se il gioco non fosse truccato, il giocatore, scegliendo  $B$ , avrebbe un guadagno atteso di 15 euro (75 meno la posta di 60). Nella teoria delle decisioni in condizioni di rischio, si assume che il criterio di scelta di un decisore non sia il *guadagno* atteso, bensì l'*utilità* attesa. In effetti, una persona "avversa al rischio" potrebbe decidere di non partecipare comunque al gioco, se avesse una avversione al rischio sufficientemente alta. Per capire come possa succedere questo, basta moltiplicare le cifre coinvolte per opportuni multipli... Immaginate che il vostro patrimonio complessivo sia di 60000 euro. Voi lo mettereste "in gioco" con la prospettiva di ritrovarsi con 100000 euro con  $3/4$  di probabilità e però anche con 0 euro con probabilità  $1/4$  ? In genere la risposta ad una domanda simile è no, anche da parte di chi invece avrebbe detto sì allo scommettere 60 euro. Questo tipo di comportamenti divergenti non può essere spiegato col criterio del guadagno atteso, ma viene invece "razionalizzato" senza problema con la teoria delle decisioni in condizioni di rischio, facendo ricorso alla utilità (attesa), che è una caratteristica di ciascun individuo.
4. Il modo in cui il gioco è truccato mi garantisce un guadagno *certo* di 60 euro per ogni partecipante "intelligente" (ovverossia che scelga la  $B$ ). Se uno partecipa al gioco e sceglie  $A$ , avendo a disposizione un secondo dado "onesto" da usare in questo caso ho comunque un guadagno atteso di soli 10 euro, comunque sempre positivo: insomma, anche nel caso più sfavorevole è un gioco che è per me più favorevole di quanto non lo sia il gioco della roulette per il gestore di un casinò! Se non fosse che uno poi si rovina la reputazione, potrebbe essere una fonte di guadagno non disprezzabile.
5. Parlare di reputazione non è casuale. "Reputazione" è un termine tecnico usato in TdG nel contesto di interazioni *ripetute* in casi di informazione incompleta. E la situazione che ho presentato avrebbe dovuto essere "vista" dai partecipanti come gioco ad informazione incompleta. La fonte di incompletezza primaria stava proprio nel fatto che i potenziali partecipanti al gioco non avevano la certezza che il dado fosse "onesto". Riducendo all'osso, il potenziale partecipante avrebbe dovuto assegnare una probabilità al fatto che il dado fosse truccato. Il problema non banale è, per il potenziale partecipante, *quantificare questa probabilità*. Ma, tenendo conto del fatto che il gioco onesto come lo proponevo io mi esponeva ad una perdita attesa, cosa di cui non potevo non essere consapevole, il potenziale partecipante avrebbe dovuto "attaccare" una elevata probabilità al fatto che il dado fosse truccato. Insomma, avete appena visto la TdG in azione...