

# Matematica e Costituzione

Liceo Scientifico Enrico Fermi  
20 maggio 2019

Fioravante Patrone  
dirigente sportivo  
già docente universitario  
ex allievo del Fermi  
(maturità nel 1969)

a Fernanda Contri, con affetto

# Kurt Gödel

- Teorema di incompletezza, 1931
- In un sistema formale  $T$  capace di rappresentare l'aritmetica, c'è almeno una formula  $\phi$  tale che, se il sistema è coerente, né  $\phi$  né la sua negazione sono dimostrabili in  $T$

# Gödel e la Costituzione USA

- Brno, 1906 – Princeton, 1978
- Nasce in impero Austro-Ungarico
- Cittadino cecoslovacco, austriaco, tedesco, statunitense
- Colloquio cittadinanza, 1947, Einstein e Morgenstern
- La Costituzione USA non impedisce la trasformazione in dittatura
- <https://jeffreykegler.github.io/personal/morgenstern.html>

# colloquio

- 5 dicembre 1947
- Judge Phillip Forman: “[Germany] was under an evil dictatorship . . . but fortunately, that’s not possible in America.”
- Kurt Gödel: “On the contrary, I know how that can happen. And I can prove it!”
- In Morgenstern’s words: “[T]he [judge] was intelligent enough to quickly quieten Gödel . . . and broke off the examination at this point, greatly to our relief.

# Costituzione della Repubblica Italiana

- 2 giugno 1946: Referendum ed elezione Assemblea Costituente
- Commissione “dei 75”
- Approvata 22 dicembre 1947
- Promulgata 27 dicembre 1947
- Pubblicata sulla G.U. 27 dicembre 1947
- Entrata in vigore 1 gennaio 1948

# Struttura della Costituzione

- I principi fondamentali, artt. 1-12
- Parte prima: Diritti e doveri dei cittadini (bill of rights; USA: i primi 10 “emendaments”), artt. 13-54
- Parte seconda: Ordinamento della Repubblica, artt. 55-139
- In riferimento a Gödel
- Art. 139 La forma repubblicana non può essere oggetto di revisione costituzionale.

# Insiemi e sottoinsiemi

- Art. 5:
- La Repubblica, *una e indivisibile*, riconosce e promuove le *autonomie* locali; attua nei servizi che dipendono dallo Stato il più ampio *decentramento* amministrativo; adegua i principi ed i metodi della sua legislazione alle esigenze dell'autonomia e del decentramento.
- Insiemi e sottoinsiemi
- Insieme diverso da suoi elementi

# Monotonia

- Art. 4

...

Ogni cittadino ha il dovere di svolgere, secondo le proprie *possibilità* e la propria *scelta*, un'attività o una funzione che concorra al *progresso* materiale o spirituale della società.

- Monotonia (e multidimensionalità: *scelta*)



# Monotonia, concavità e convessità

- Art. 53

Tutti sono tenuti a concorrere alle spese pubbliche *in ragione della* loro capacità contributiva.

Il sistema tributario è informato a criteri di *progressività*.

- Derivata prima e seconda (*flat tax*)

REDDITO → TASSA: crescente e convessa, lineare a tratti (non sempre derivabile: punti angolosi)

xxx-yyy

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

[Redacted text block]

# Forma senza contenuto

- Il giusto processo!!!

# Forma senza contenuto

- Corso di *Modelli Matematici* per Scienze Ambientali
- Esercizi: M. Margiocco
- Proprietà fisico-chimiche delle molecole organiche descritte usando SOLO la loro struttura di grafo (ignorando quali atomi)

# Forma senza contenuto

- "Topologia e previsioni delle proprietà chimiche" di Dennis H. Rouvray
- Le Scienze - n° 219 / novembre 1986 (da pag. 20)
- <http://www.fioravante.patrone.name/>
- [http://www.fioravante.patrone.name/mat/corsi\\_altri/Marco\\_Margiocco\\_MM\\_1999\\_00.pdf](http://www.fioravante.patrone.name/mat/corsi_altri/Marco_Margiocco_MM_1999_00.pdf)
- Pag. 22 e segg.

# Aritmetica per la Costituzione

- <https://mizar.unive.it/licalzi/AritmeticaCostituzione.pdf>
- Assegnazione di bene indivisibile
- Assegnazione dei seggi (Artt. 56 e 57)
- Hamilton: interi + resti in ordine decrescente
- $1000 \rightarrow 100$
- $454, 367, 179 \rightarrow 45, 36, 17$  resti  $0.4, 0.7, 0.9$
- $45+36+17 = 98$  restano 2 seggi da assegnare
- Seggi “mancanti” al resti  $0.9$  e  $0.7 \rightarrow 45, 37, 18$

# Paradossi

- Paradosso dell'Alabama
- Censimento 1880
- Rappresentanti (calcolo da 275 a 350)
- 299 → 300 parlamentari: AL -1 (8 → 7), IL e TX +1
- Paradosso della popolazione
- 1900: VA -1 → ME +1 (popol. VA cresce più rapidam.)
- Paradosso del nuovo Stato
- 1907: +5 OK entra => NY -1 → ME +1

# Impossibilità (Balinski e Young)

- Next we'll define the four major fairness measures in apportionment.
- The Quota Rule states that no state shall receive more than its Upper Quota nor less than its Lower Quota of voting seats.
- The Alabama Paradox occurs when the total number of voting seats is increased, but a state can lose seats when reapportioning occurs.
- The New State Paradox occurs when a new state is included in the Union and the appropriate number of additional voting seats are added to the House of Representatives; other state's total number of seats are impacted by the inclusion of the new state.
- The Population Paradox occurs when a state loses seats during reapportionment even if its total population has increased [MORE RAPIDLY].
- <https://study.com/academy/lesson/balanski-youngs-impossibility-theorem-political-apportionment.html>



# non fidarsi

	1900			1901		
	POPOLAZ.	QUOZ.	SEGGI	POPOLAZ.	QUOZ.	SEGGI
• VA	1,854,184	9.599	10	1,873,951	9.509	9
• ME	694,466	3.595	3	699,114	3.548	4
• USA	74,562,608		386	76,069,522		386
•	*** aumento popolazione: VA 1,067%, ME 0.669% ***					

	2018			2019		
	POPOLAZ.	QUOZ.	SEGGI	POPOLAZ.	QUOZ.	SEGGI
• A	900	8.991	9	950	6.552	7
• B	101	1.009	1	500	3.448	3
• Tot.	1001		10	1450		10

# Kenneth J Arrow

- “Nobel per l'economia” 1972
  - [premio della Banca di Svezia per le scienze economiche in memoria di Alfred Nobel]
- PhD at Columbia University, 1951 →
- 1951: *Social Choice and Individual Values*, Wiley, New York; seconda edizione, importanti correzioni: 1963; terza edizione 2012
- Cowles Foundation (CFM 12.1 e 12.2):
- <https://cowles.yale.edu/publications/archives/cfm>

# Teorema di impossibilità

- Non esistono sistemi elettorali "rank-order" (preferenze, non punteggi come ad es. regole di Borda) che soddisfino **SEMPRE** questi requisiti:
- **Unanimità**: se tutti preferiscono X a Y, il gruppo preferisce X ad Y
- **Indipendenza dalle alternative irrilevanti**: le preferenze del gruppo fra X ed Y dipendono solo dalle preferenze dei singoli fra X ed Y ("classifica avulsa")
- **Non dittatoriale**: non esiste individuo le cui preferenze determinino le preferenze del gruppo

# Altro

- Interpretazione (norma/ente nel caso concreto)

*diritto di asilo e triangoli*

- *Art. 10:*

*... Lo straniero, al quale sia impedito nel suo paese l'effettivo esercizio delle libertà democratiche garantite dalla Costituzione italiana, ha diritto d'asilo nel territorio della Repubblica, secondo le condizioni stabilite dalla legge. ...*

- Logiche modali (in particolare, logica deontica):

necessario, possibile, impossibile, contingente

vs.

obbligatorio, permesso, vietato, facoltativo

# Altro, ancora

- Determinanti storiche (matematica e Costituzione frutto [anche] della storia)
- Singoli articoli visti all'interno di una struttura complessiva (matematica: Bourbaki)
- Etc.