Il quindicesimo appuntamento con

LA TEORIA DEI GIOCHI

Per fortuna abbiamo opinioni sbagliate

di **Fioravante Patrone**

FIORAVANTE PATRONE, curatore di questa rubrica di Teoria dei Giochi, già docente all'Università di Genova, è autore di *Decisori (razionali) interagenti, un'introduzione alla Teoria dei Giochi* (Edizioni PLUS, Pisa, 2006).

Quanto affermato nel titolo non è certo una novità. Credo che ognuno di noi sappia, per esperienza diretta, che a volte *è meglio* avere opinioni non corrispondenti alla realtà. Si tratta di una faccenda connessa con l'irrazionalità che alberga in ogni essere umano? Magari da collegare al potere delle nostre illusioni e paure o all'influsso del pensiero magico? Può essere, certamente. Ma l'esercizio importante (e per giunta semplice) che voglio fare qui è mostrare che avere opinioni sbagliate può portare decisori *razionali ed intelligenti* a risultati migliori di quelli che otterrebbero altrimenti.

Visto che siamo nella rubrica di TdG, ciò che cercherò di mostrare è come, all'interno di modelli del tutto standard di TdG, giocatori con opinioni diverse e tra loro inconciliabili siano condotti ad effettuare delle scelte con effetti *reali* positivi per loro. Si noti che, se dico che sono tra loro inconciliabili, sarà impossibile che le opinioni possano essere entrambe vere. Quindi almeno uno dei decisori coinvolti "sbaglia". D'altronde, sto scoprendo l'acqua calda: è normale che due soggetti scommettano (alla pari) su due opzioni alternative, ad esempio su chi vincerà la finale del torneo tal dei tali, se "A" oppure "B". Se lo fanno, è plausibile che ciò sia dovuto al fatto che assegnano probabilità diverse alla vittoria di "A". Il punto importante è che questo non è minimamente in contrasto con l'assunzione di razionalità ed intelligenza dei giocatori. Basta pensare al problema di stimare la probabilità che un certo evento si verifichi: a costo di far svenire i lettori esperti di Epistemologia e di fondamenti del Calcolo delle probabilità, osservo molto banalmente che se in vita mia ho sempre e solo visto pecore nere... Lo so, lo so che non ce la si può cavare così facilmente! Volevo solo puntare il dito verso la luna ovvero mettere in evidenza il rilievo che hanno la diversità delle esperienze nel formarsi di opinioni. Visto che non tutti i decisori (razionali ed intelligenti) condividono esattamente le stesse esperienze, non c'è nulla di strano che abbiamo delle opinioni differenti. In particolare, abbiano valutazioni diverse riguardo alla probabilità che un certo evento si verifichi.

Il discorso non è proprio fresco di giornata. Mi occuperò dei cosiddetti *equilibri soggettivi*, per usare la terminologia di chi li ha introdotti (Aumann) in una pubblicazione scientifica apparsa nel 1974. Che questa pubblicazione potesse essere interessante, lo si poteva prevedere dal fatto che apparve sulla rivista *Journal of Mathematical Economics*, nel primo numero del primo volume. È anche interessante il fatto che apparisse quella rivista, con quel titolo, e che ciò avvenisse in quel periodo. Ma non sono qui per fare discorsi di carattere storico, per cui mi limito a lanciare il sasso.

Ordunque, che cosa è un equilibrio soggettivo? Non è nient'altro che un equilibrio di Nash, cui si va ad aggiungere il fatto di avere stime o, meglio ancora, credenze diverse sulla probabilità da assegnare a un qualche evento aleatorio.

L'esempio da cui parte Aumann è il più semplice e noto gioco "strettamente competitivo", ovvero il *pari o dispari*. Non solo, la simmetria del gioco fa sì che il valore di questo gioco sia pari a 0. Un gioco "equo" – lo si potrebbe chiamare – ma certo un gioco che non vale la pena giocare, tra giocatori razionali, visto che le speranze di "guadagno" sono nulle per entrambi i giocatori. Tuttavia...

I \ *II*	*L*	*R*
T	-1 1	1 -1
B	1 -1	-1 1

Il "pari o dispari"

Tuttavia, come detto, nessuno impedisce a decisori razionali di avere opinioni diverse e questo li può benissimo portare ad attribuire probabilità *diverse* ad uno stesso evento aleatorio. E allora? Basta usare questo semplice fatto per trasformare un gioco noioso come il *pari o dispari* in un gioco che *entrambi* i giocatori ritengono profittevole. Aumann assume che ci sia un evento cui il giocatore *I* assegna probabilità 1/3, mentre il giocatore *II* gli assegna probabilità 2/3. Avendo questa meravigliosa discordanza di opinioni, basta che i giocatori si mettano d'accordo in questo modo: il giocatore *II* gioca sempre *L* mentre il giocatore *I* gioca *T* se l'evento si realizza e *B* altrimenti. Due rapidi calcoli mostrano che il valore atteso da *I* è 1/3 e idem da *II*! Oltre a questo, ciò che rende interessante l'accordo è che esso corrisponde ad un equilibrio di Nash: nessuno dei due giocatori ha interesse a violarlo, tenuto conto delle proprie opinioni. Tanto per provare, vediamo due conticini: il *payoff* atteso per *II*, se gioca *L*, è pari a $2/3 \cdot 1 + 1/3 \cdot (-1)$ e quindi 1/3, come detto. Se invece *II* giocasse *R*, il suo *payoff* atteso sarebbe $2/3 \cdot (-1) + 1/3 \cdot 1$, vale a dire -1/3. Pertanto, *II* ha tutto l'interesse (soggettivo...) a rispettare l'accordo. Idem dicasi per *I*.

Bene. Naturalmente noi, scienziati tutto d'un pezzo, sorridiamo al pensiero di questi poverini, che si aspettano di guadagnarci *entrambi* mentre, *poverini*, è ovvio che la somma dei loro valori attesi non potrà essere che zero qualunque sia la probabilità "vera" (?) dell'evento.

E invece no! O, meglio, così è quanto avviene nell'esempio descritto. Ma basta scorrere poche righe nel contributo di Aumann e si trova un esempio di un gioco a tre giocatori, e non a somma zero, in cui ciascun giocatore può ottenere in equilibrio un *payoff* pari a 3 mentre il *payoff* d'equilibrio sarebbe pari a 1 per ogni giocatore! Il gioco è il seguente:

I \ *II*	*L*	*R*
T	0 8 0	3 3 3
B	1 1 1	0 0 0

III sceglie *S*

I \ *II*	*L*	*R*
T	0 0 0	3 3 3
B	1 1 1	8 0 0

III sceglie *D*

Abbiamo usato la rappresentazione tradizionale per un (piccolo) gioco a tre giocatori: si intende che *I* e *II* scelgono righe e colonne rispettivamente, come al solito. Il giocatore *III* sceglie invece la matrice di *S*inistra oppure quella di *D*estra.

Se i giocatori non hanno la possibilità di sottoscrivere accordi vincolanti, ovverosia se siamo in un contesto cosiddetto "non cooperativo" (fatto che abbiamo implicitamente assunto anche per il gioco precedente, ma lì era meno importante), il concetto adeguato di soluzione è l'equilibrio di Nash. Bene, non è difficile verificare che in equilibrio i giocatori ottengono un *payoff* pari a 1 ciascuno. Non possono ottenere (in equilibrio) l'allettante esito che prevede un *payoff* 3 per ognuno: basterebbe una facile verifica ma intuitivamente si comprende come ciò sia dovuto alla presenza di quegli sberluccicanti "8" che rappresentano un pressante invito, per i giocatori *I* e *II*, a "deviare" da un eventuale accordo (non vincolante) che prevedesse per loro di giocare rispettivamente *T* ed *R*.

Fin qui, nulla di particolare. Siamo di fronte all'ennesimo esempio di un gioco non cooperativo il cui esito, in equilibrio, è inefficiente. Eppure, se i giocatori hanno opinioni sufficientemente discordi tra loro, riescono a compiere il "miracolo". Anche qui, alla fin fine, si tratta di due conticini. Nulla di particolarmente difficile. Ciò che è interessante è l'idea retrostante e come la si possa agevolmente "tradurre in numeri".

È sufficiente anche qui avere a disposizione un evento *E* su cui i giocatori abbiano stime (e possibilità di osservazione) diverse al momento di effettuare le loro scelte. Aumann suppone che il giocatore *I* assegni probabilità 3/4 a *E*, mentre *II* gli assegni probabilità 1/4. Per quanto riguarda il giocatore *III*, ha la possibilità di osservare se l'evento *E* si verifica oppure no, prima di fare la sua scelta. Ebbene, il seguente accordo:

- *I* gioca *T*
- *II* gioca *R*
- *III* gioca *S* se *E* è vero, altrimenti gioca *D*

risulta essere un equilibrio nel senso che nessuno ha ragioni, individualmente parlando, per non rispettarlo. La verifica è del tutto standard e non aggiungerebbe nulla di interessante. Inoltre – ma questo è evidente (*I* gioca *T* e *II* gioca *R*!) – questo equilibrio offre un *payoff* pari a 3 a ciascun giocatore.

Come si vede, difformità di opinioni *di cui i giocatori sono pienamente consapevoli* (si noti che è plausibile che i giocatori possano pervenire all'accordo sopra descritto proprio in virtù delle loro diverse probabilità attribuite ad *E*) *hanno effetti reali*. Non ci conviene più considerarli dei "poverini", anzi dovremmo invidiarli perché il fato ha loro concesso di ottenere quello che poteva sembrare impossibile.

Ottimo. Però ci sarebbe (almeno) un aspetto da considerare, visto che abbiamo a che fare con decisori razionali e intelligenti: la consapevolezza di "non essere d'accordo" sulla stime non potrebbe indurli a rivedere le proprie valutazioni? O magari a scambiarsi le informazioni sulle cui basi sono pervenuti alle loro diverse stime?

Alla prima domanda, una risposta molto interessante anche per gli sviluppi cui ha dato luogo, è stata data ancora da Aumann in una sua successiva pubblicazione dal titolo "intrigante": *Agreeing to disagree*. Si può essere d'accordo di non essere d'accordo, come capita ai nostri giocatori? La risposta è *no*, *purché* siano soddisfatte certe condizioni. Se sono soddisfatte, il solo scambiarsi le (diverse) stime probabilistiche attribuite all'evento *E* porterà giocatori intelligenti a rivedere tali stime innescando un processo che li porterà alla fine ad assegnare la stessa probabilità all'evento *E*. Non vado oltre su questo punto e invito chi fosse incuriosito dal tema a cercare informazioni sul tema del "common knowledge", magari partendo dal mio esempietto in rete il cui URL è indicato nel box delle indicazioni sito-bibliografiche.

Per la seconda domanda, c'è una risposta tipica da "dismal science": che convenienza hanno a scambiarsi informazioni? Per arrivare ad esiti da loro unanimemente considerati peggiori? Diciamo, piuttosto, in coro: "Beata ignoranza"! Né *I* né *II* hanno ragioni per tentare di convincere rispettivamente *II* o *I* che ha una opinione sbagliata. Altro che "inculcare"!

Non male, questo scoglio che si frappone allo sviluppo della conoscenza.

Chiudo, per dare una spruzzatina di "applicazioni", citando un esempio "da manager" proveniente dal libro di Brandenburger e Nalebuff, *Co-opetition*. Purtroppo non posso che sintetizzare, facendo così perdere molto del *pathos* che potete trovare leggendo il libro. Abbiamo un mediatore che chiede un compenso proporzionato all'entità della compravendita cui si dedicherà. Il problema è che ci sono opinioni alquanto divergenti sul valore di mercato del bene in oggetto fra il mediatore stesso ed il suo cliente ovvero il "possessore del bene". La richiesta dell'1% da parte del mediatore sembra troppo al cliente, che propone una percentuale dello 0,625%. Come dicono Brandenburger e Nalebuff, l'ottimismo del cliente (valuta 500 milioni di dollari il suo bene) e il pessimismo del mediatore (250) aprono la strada a una possibilità di accordo che, a priori, sembra buona ad entrambi: una percentuale dello 0,625%, ma con un minimo garantito (nel caso specifico 2,5 milioni). Semplicemente geniale. ■

INDICAZIONI SITO-BIBLIOGRAFICHE

Aumann R. J., "Subjectivity and correlation in randomized strategies", *Journal of Mathematical Economics*, 1, 1974, pp. 67-96.

Aumann R. J., "Agreeing to Disagree", *Annals of Statistics*, 4, 1976, pp. 1236-1239.

Sulla revisione delle stime, nella mia pagina web http://dri.diptem.unige.it/ è illustrato un semplice esempio ("Essere d'accordo di non essere d'accordo"): http://www.diptem.unige.it/patrone/dadi_gialli_e_verdi.pdf