

Re Salomone doveva mettere all'asta il bambino!

di Fioravante Patrone

ABBIAMO VISTO, nello scorso numero della *Lettera*, come fosse impossibile accertare chi fosse la vera madre, da parte di Re Salomone, qualora le due presunte madri fossero state intelligenti come i “giocatori” di cui si occupa la Teoria dei giochi (TdG). Ricordo brevemente la storia biblica: due donne reclamano entrambe la maternità di un bimbo e Re Salomone, dopo aver chiesto chi fosse la vera madre e aver ricevuto l'ovvia risposta da entrambe, propone di dividere il bimbo in due. La scarsa intelligenza della madre falsa consiste nel non aver rifiutato questa ipotesi e aver così mostrato le sue preferenze al Re.

Poteva Re Salomone ricorrere a qualche altro sistema che potesse assegnare il bimbo alla vera madre, senza do-

ver sperare di essere di fronte a delle sempliciotte?

Abbiamo visto che non è possibile ricorrendo ad una *game form* in forma strategica (c'è un teorema che ce lo garantisce). Ma i meccanismi possibili sono tanti. Uno fra tutti: un'asta.

Anche se questo metodo può far storcere il naso a qualcuno, perché pensiamo che un'asta possa risolvere il problema? Perché è “senso comune”, per chi si occupa di TdG, sapere che il risultato tipico di un'asta cosiddetta *standard* è che il suo risultato è efficiente. Più precisamente, ci troviamo di fronte al problema di assegnare un “oggetto” singolo, indivisibile (anche se Re Salomone un pensierino lo aveva fatto...) e quindi possiamo fare riferimento, ad esempio, a un'asta *al secondo prezzo* (detta anche *di Vickrey*). Per questo tipo di asta, è strategia dominante fare un *bid* uguale alla propria valutazione dell'oggetto. Allora, se assumiamo che la valutazione della madre vera sia maggiore di quella della madre falsa, il bimbo verrà aggiudicato alla vera madre. La quale pagherà, come previsto dalle regole dell'asta, il *secondo prezzo* ovvero la valutazione che ne dà la madre falsa.

Certo, questa procedura si presta a qualche legittima obiezione. Una è che la valutazione della madre falsa po-

trebbe essere maggiore di quella della madre vera. Va subito detto che, di fronte a questa obiezione, i metodi che stiamo descrivendo (anche quelli dello scorso numero) sono impotenti “a priori”. Sono basati sulle *preferenze* degli attori coinvolti e non lavorano su un piano, per così dire, “oggettivo”. Questa osservazione non è da sottovalutare: ci dice che la metodologia che abbiamo usato (e che useremo) è esposta a rischi importanti di distorsione. Ciò può avvenire, ad esempio, in presenza di preferenze “offensive”: un classico in materia è dato dalle preferenze di un sadico, che prova piacere proprio nella sofferenza dell'altro. Se la madre falsa avesse questo tipo di preferenze, potrebbe valutare il “possesso” del bambino di più di quanto non lo valutasse la vera madre.

Questo appena descritto è uno dei rischi di un approccio puramente *welfarista* (che, cioè, si fonda sulle preferenze dei soggetti interessati e *solo* su quelle). Un altro problema è stato messo in evidenza da Amartya K. Sen. Una persona che abbia avuto una esperienza di vita deprivata (Sen parla di “*lo schiavo bastonato, la casalinga docile, il disoccupato picchiato, il bisognoso senza speranza*”) può sviluppare delle preferenze *cheap* (facili da accontentare).

L'autore

Fioravante Patrone, docente di Teoria dei giochi presso l'Università di Genova, è anche direttore del *Centro Interuniversitario per la Teoria dei Giochi e le sue Applicazioni*. A lui si deve l'avvio della serie di *Convegni Internazionali Game Practice*, progettati proprio per stimolare e favorire la diffusione delle applicazioni in Teoria dei giochi.



Piero della Francesca, *Leggenda della vera croce, Re Salomone e la regina di Saba*, Chiesa di S. Francesco, Arezzo (particolare)

Con il risultato che un punto di vista strettamente welfarista riserverebbe a questi soggetti un trattamento che difficilmente può essere ritenuto giusto. Quest'ultima osservazione è anche rilevante per rispondere alla domanda su quali siano, in una società, le cause che tendono a mantenere immutati i rapporti di classe, di censo, di potere. Non è solo la diversa disponibilità monetaria o un accesso facilitato all'educazione migliore che giocano un ruolo importante per una scarsa mobilità sociale. I livelli di aspirazione che un soggetto sviluppa hanno un ruolo importante: per il figlio di un pastore può essere una straordinaria acquisizione diventare un benzinaio mentre, per un figlio di docenti universitari o di professionisti, può essere visto come un fallimento. Da qui, la diversa forza delle motivazioni che spingono il soggetto a cercare di cambiare la situazione.

Non darò qui seguito a questa tematica. Segnalo però che il superamento dell'approccio puramente welfarista è stato al centro del dibattito scientifico recente in Filosofia politica, in particolare sulla giustizia distributiva: l'approccio di Rawls sui beni primari, le idee di Sen relative ai *functionings*, quella di

Dworkin di rendere uguali le risorse iniziali messe a disposizione di ciascuno (inclusi i loro talenti "naturali"! che ha richiesto a Dworkin di elaborare una proposta ingegnosa), l'analisi di G.A. Cohen, ecc. sono tutti elementi di un dibattito vivace che meriterebbe di essere più noto. A tutti ma, in particolare, a chi è interessato ad applicazioni della Matematica un po' diverse dalle solite. Un'ottima fonte in tal senso è il libro di J. Roemer (1996), che offre una discussione fondata su un solido apparato matematico-formale.

TORNANDO AL NOSTRO BIMBO CONTESO, si può anche osservare – molti l'avranno fatto – che potrebbero esserci dei problemi derivanti da "vincoli di bilancio". Magari la vera madre assegna al fatto di avere quel bimbo una valutazione monetaria maggiore, rispetto alla madre falsa, ma potrebbe non essere abbastanza ricca da poter fare l'offerta che invece l'altra donna si può permettere di fare.

C'è poi ancora (almeno) un altro punto da analizzare: alla fine di questo procedimento d'asta si realizzerà un trasferimento monetario. La vera madre si troverà a pagare per poter avere ciò che è legittimamente suo. Se è in-

genuo ritenere che la giustizia non abbia dei costi, è però legittimo pretendere che questi costi siano equamente distribuiti e non ricadano su chi cerca di fare rispettare i propri diritti. Altrimenti si apre la porta alla sopraffazione. Non c'è modo di evitare questo? Naturalmente scorciatoie, come immaginare che Re Salomone non prenda i soldi, non sono ammissibili. Ciò corrisponderebbe a non usare la *game form* su cui Re Salomone si era impegnato. Già abbiamo scartato questa opzione nel precedente articolo. Potremmo aggiungere che, volendo, si potrebbe analizzare cosa possa succedere se si ammette questa possibilità: questo ci condurrebbe a una situazione di *incompletezza informativa* e di *gioco ripetuto* che richiede un armamentario tecnico considerevole, da letteratura specializzata.

In effetti, una strada c'è. Un po' curiosamente, il meccanismo che useremo contempla l'eventualità di effettuare pagamenti da parte delle donne, ma ciò nonostante, in equilibrio, non verrà fatto alcun pagamento. Non avremo bisogno di considerare l'opzione che consiste nel dividere in due il bambino, ma il cambiamento più importante riguarda la *dinamica* dell'interazione strategica. Alle due donne non sarà più chiesto di effettuare la loro scelta contemporaneamente (o, comunque, senza sapere la scelta fatta dall'altra). Le loro scelte saranno questa volta fatte in sequenza, come illustrato nella Fig. 1.

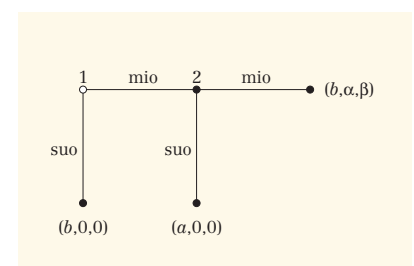


Figura 1

Questa diversa struttura del gioco (o, meglio, della *game form*) porta con sé, in modo naturale, un *diverso* concetto di soluzione. Non ci accontenteremo più di cercare gli equilibri di Nash del gioco, ma cercheremo gli *equilibri perfetti nei sottogiochi*. Cioè, richiederemo che i piani d'azione dei giocatori non solo costituiscano un equilibrio di Nash per il gioco intero, ma anche che lo siano quando ristretti ad ogni sottogioco. Nel nostro caso di sottogiochi *propri* ce n'è solo uno, quello corrispondente alla scelta della donna 2. Tra l'altro, visto che la donna 2 è l'ultima a decidere, richiedere che la scelta della donna 2 sia *di equilibrio* (nel senso di Nash) equivale a chiedere che la sua scelta sia ottimale, trovandosi all'ultimo nodo decisionale.

Per realizzare il programma che ci siamo prefissi, ci serviranno due valori α e β che rappresentano i pagamenti da effettuare in favore di Re Salomone, con le seguenti caratteristiche:

$$0 < \alpha < \beta;$$

la vera madre preferisce avere il bambino, anche dovendo pagare β , piuttosto che non averlo;

la falsa madre preferisce avere il bambino, anche dovendo pagare α , ma non è disposta a pagare β per averlo.

Un generico esito della *game form* è del tipo (x, y, z) dove x può essere a oppure b (a vuol dire che il bambino è dato alla donna 1, b lo assegna a 2); y e z sono le somme che deve pagare rispettivamente la donna 1 e la donna 2. Si trova facilmente l'equilibrio perfetto nei sottogiochi in entrambi gli stati del mondo:

la vera madre è la donna 1. Procedendo a ritroso nel gioco, vediamo che, quando tocca scegliere a 2, lei preferisce dire *suo*. E quindi, di conseguenza, al momento di scegliere, la donna 1 dirà *mio*;

la vera madre è la donna 2. In questo caso, la donna 2 – chiamata a scegliere

PER SAPERNE DI PIÙ

Per un approfondimento della tematica dell'implementazione, rinvio alle mie note su *Implementazione e Re Salomone* (incluso il file Excel di accompagnamento). Si trovano nel mio sito *companion* del libro *Decisori (razionali) interagenti*:

http://www.diptem.unige.it/patrone/decisori_razionali_interagenti/decisori_razionali_interagenti_web.htm

Su questo stesso sito, si possono trovare le note sui “prestiti” (elaborate in occasione di un seminario fatto presso la Facoltà di Giurisprudenza di Milano).

I riferimenti citati nel testo, riguardanti la giustizia distributiva, sono:

J. Roemer: *Theories of Distributive Justice*, Harvard University Press, Cambridge, 1996.

A. Sen: *The Standard of Living*, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.

re – viste le sue preferenze, dirà *mio*. Ma, a questo punto, la donna 1 preferirà dire *suo*, visto che comunque il bimbo sarebbe dato alla vera madre (la donna 2): se la donna 1 dicesse *mio*, otterrebbe come risultato che il bimbo venga comunque dato alla donna 2 e, per di più, si troverebbe a sborsare dei soldi per nulla.

QUALCHE COMMENTO È DOVEROSO. Intanto, in equilibrio (perfetto nei sottogiochi...) nessuno paga, come avevamo anticipato. Non è certo una novità. La funzione principale di una sanzione (si pensi alla multa se si passa con il rosso) è di deterrenza. Per una ulteriore elaborazione su questo tema, rinvio alle note sui “prestiti” indicate in bibliografia.

C'è un requisito di conoscenza da non sottovalutare: i valori α e β devono essere noti a entrambe le donne (per la donna 1, quando sia la vera madre, è vitale sapere che la donna 2 non è disposta a pagare β per avere il bimbo). Inoltre, Re Salomone queste cose le deve sapere. Questi requisiti di conoscenza si possono ridimensionare di parecchio, a scapito di ricorrere a meccanismi più sofisticati di quello che ab-

biamo visto. Ma per questo il rinvio alla letteratura specializzata è d'obbligo.

Un ulteriore micro-commento: se leggiamo il meccanismo usato come un'asta, osserviamo che un esito prevede che l'oggetto (*pardon*, il bimbo) sia assegnato alla donna 2 ma che *entrambe* debbano pagare. Abbiamo quindi un'asta con delle caratteristiche che potrebbero sembrare anomale, rispetto a quelle più consuete, ma non è certo un caso unico: basta pensare ad aste in cui si deve pagare un *fee* per poter partecipare.

L'idea di introdurre i soldi – addirittura di concepire che la vera madre possa pagare per avere il proprio figlio – non era così perversa, come sembrava a prima vista. Ci ha permesso di ottenere un interessante risultato (senza dover assumere che la falsa madre sia una semplicitotta) che penso faccia piacere a chi legge. Comunque, non c'era bisogno di fare intervenire i soldi, in senso stretto. L'importante è trovare due esiti che possano svolgere lo stesso ruolo delle somme α e β . Naturalmente, la via di ricorrere ai soldi è la più immediata. E anche la più provocatoria. ■