Il bluff nel poker

Appunti di
Fioravante PATRONE

`http://www.diptem.unige.it/patrone/default.htm`

Decisori (razionali) interagenti

versione del 9 aprile 2011

Si tratta di un gioco di "poker" un po' semplificato...
L'esempio l'ho copiato pari pari da vecchie dispense (in inglese) di Stef Tijs.
Ma lo si trova anche in un bel libro introduttivo alla TdG (in inglese) di Straffin: "Game Theory and Strategy".

Fioravante PATRONE	http://www.diptem.unige.it/patrone	homepage
Dipartimento di Ingegneria della	http://tdg.dima.unige.it	web teaching
Produzione, Termoenergetica e	http://www.citg.unige.it/citg.htm	web server "CITG"
Modelli Matematici	http://www.scallywag.it	web page del gruppo
P.le Kennedy - Pad D		Sca$\lambda\lambda$ywag
16129 Genova - ITALY		
patrone@diptem.unige.it	http://dri.diptem.unige.it	Decisori (razionali) interagenti

C'è un mazzo con sole due carte: A e K. A è la carta "alta" (cioè quella che vince) e K è la carta bassa.

Il mazzo viene accuratamente mescolato :-)

Il gioco inizia con I che estrae una carta dal mazzo coperto e la guarda. Può fare due cose:

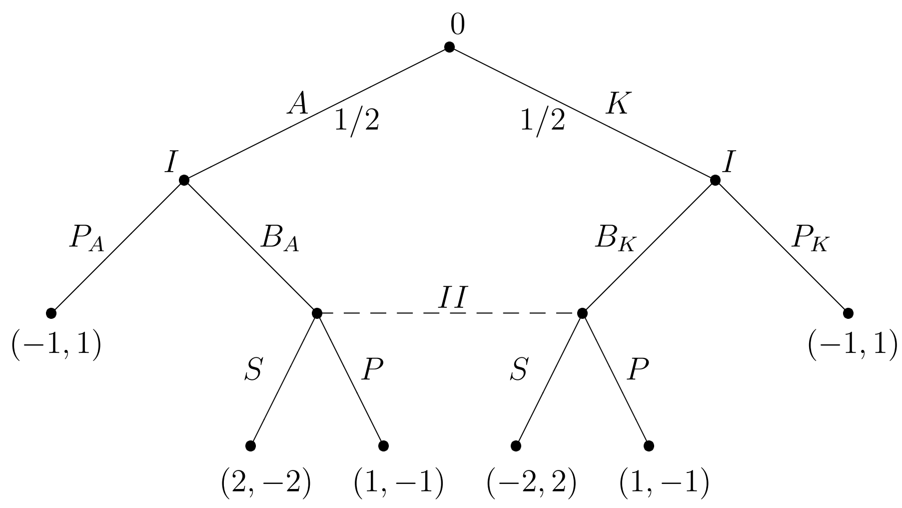
- *passare* ("P"), nel qual caso lui deve dare 1 euro a II
- *rilanciare* ("B")

Se I ha passato, il gioco è finito. Se ha rilanciato, tocca a II, il quale può:

- *passare* ("P"), nel qual caso lui deve dare 1 euro a II
- *rilanciare* e *vedere* ("S"), nel qual caso il giocatore I deve mostrare la sua carta.
  - se I ha la carta "alta", cioè A, II deve dare 2 euro a I
  - se I ha la carta "bassa", cioè K, I deve dare 2 euro a II

Assumeremo che i giocatori siano indifferenti al rischio (ipotesi non ovvia, nel poker, ma qui la posta è davvero bassa), per cui possiamo usare come payoff i numeri che rappresentano i guadagni monetari (in euro).

Il gioco può essere rappresentato col seguente albero:



Il tratteggio serve a mettere in rilievo che II, quando fa la sua scelta, non sa la carta che ha in mano I.

Le strategie (cioè, i "piani d'azione" concepibili a priori) a disposizione di I sono quattro: $P_A P_K$, $P_A B_K$, $B_A P_K$, $B_A B_K$. Si noti che è stata fatta distinzione tra "P" quando il giocatore I ha in mano A (indicata come P_A) e "P" quando il giocatore I ha in mano K (indicata come P_K).

Data una strategia per I ed una strategia per II, possiamo determinare il payoff atteso dei due giocatori.

Ad esempio, data $B_A P_K$ per I e S per II,
- con probablità 1/2 I guadagna 2 e II guadagna -2
- con probablità 1/2 I guadagna -1 e II guadagna 1

Quindi, il guadagno atteso è:
- per I, $(1/2) \cdot 2 + (1/2) \cdot (-1) = 1/2$
- per II, $(1/2) \cdot (-2) + (1/2) \cdot 1 = -1/2$

Numeri che andiamo a mettere nella tabella seguente, nella cella che troviamo all'incrocio tra la riga "$B_A P_K$" e la colonna "S".

$I \backslash II$	P	S
$P_A P_K$	$(-1, 1)$	$(-1, 1)$
$P_A B_K$	$(0, 0)$	$(-3/2, 3/2)$
$B_A P_K$	$(0, 0)$	$(1/2, -1/2)$
$B_A B_K$	$(1, -1)$	$(0, 0)$

Visto che il gioco è a somma zero (anche per via delle assunzioni fatte sulle preferenze dei giocatori, ovvero che siano indifferenti al rischio), il teorema di von Neumann ci garantisce che esistono strategie ottimali, sia per I che per II. Non essendoci strategie ottimali in strategie pure, come si verifica agevolmente, serviranno le strategie miste.

Si può verificare che la strategia che prevede, per I, di giocare:
- $P_A P_K$ e $P_A B_K$ con probabilità zero (dopotutto sono strategie dominate!)
- $B_A P_K$ con probabilità 2/3
- $B_A B_K$ con probabilità 1/3

è ottimale per I.

E che la strategia che assegna probabilità 1/3 a P (e 2/3 a S) è ottimale per II.

Riassumiamo tutto questo in una nuova tabella.

	$I \backslash II$	$q = 1/3$ P	$1 - q = 2/3$ S
$p_1 = 0$	$P_A P_K$	$(-1, 1)$	$(-1, 1)$
$p_2 = 0$	$P_A B_K$	$(0, 0)$	$(-3/2, 3/2)$
$p_3 = 2/3$	$B_A P_K$	$(0, 0)$	$(1/2, -1/2)$
$p_4 = 1/3$	$B_A B_K$	$(1, -1)$	$(0, 0)$

NB: la strategia $B_A B_K$ prevede (per via di B_K) che il giocatore I *bluffi*.

Si noti che la strategia ottimale per I prevede con probabilità positiva (1/3) che I adotti la strategia $B_A B_K$ e quindi che, quando lui ha la carte "bassa" (cioè K) bluffi mediamente 1/3 delle volte.

E' importante anche tenere presente che è ottimale per I bluffare con questa "frequenza", né più spesso né meno spesso!