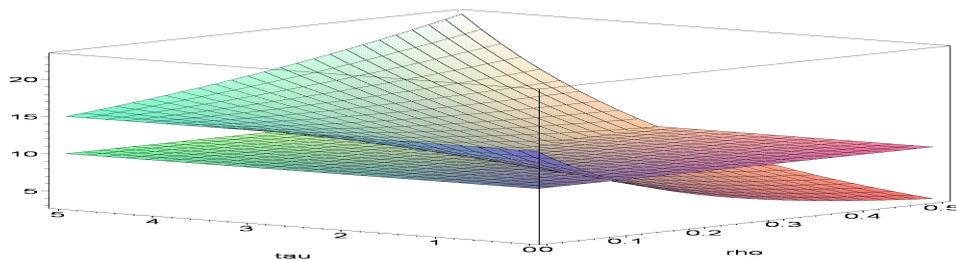


```

> # FILE:    v3rhotau.mws
> # esempio del valore di una obbligazione
> # in funzione del tasso rho e del tempo
> # di valutazione tau
> # l'obbligazione da': 1,1,1,1,11
> # alle date 1,2,3,4,5
> # confrontato con 10 (valore attuale a tempo zero se calcolata a
    tasso = 0.1
> 1*(1+rho)^(tau-1) + 1*(1+rho)^(tau-2) + 1*(1+rho)^(tau-3) +
    1*(1+rho)^(tau-4) + 11*(1+rho)^(tau-5);
    (1+ρ)(τ-1) + (1+ρ)(τ-2) + (1+ρ)(τ-3) + (1+ρ)(τ-4) + 11(1+ρ)(τ-5)
> plot3d({1*(1+rho)^(tau-1) + 1*(1+rho)^(tau-2) +
    1*(1+rho)^(tau-3) + 1*(1+rho)^(tau-4) + 11*(1+rho)^(tau-5), 10},
    rho=0..0.5,tau=0..5, axes=boxed, orientation=[-140,70]);

```



```

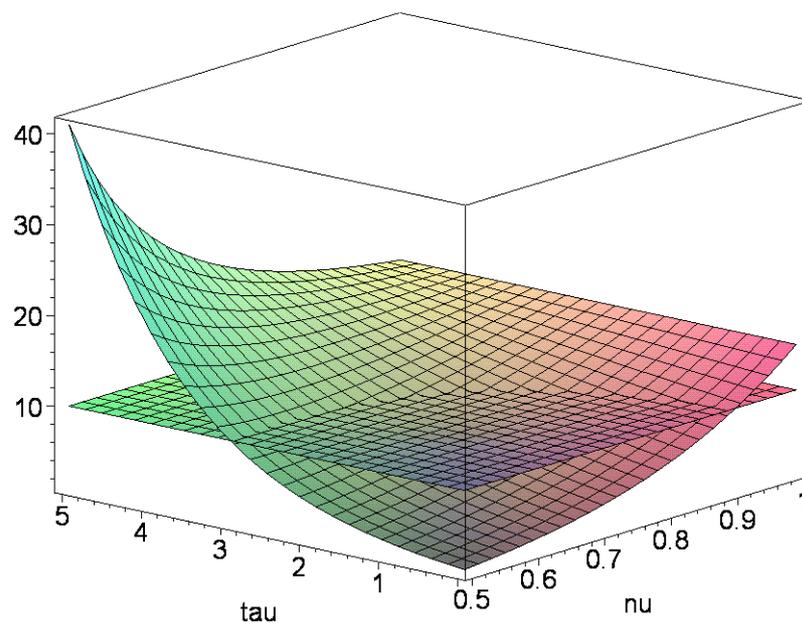
> # esempio del valore della stessa obbligazione

```

```

> # in funzione del fattore di attualizzazione nu e del tempo
> # di valutazione tau
> # l'obbligazione da': 1,1,1,1,11
> # alle date 1,2,3,4,5
> # confrontato con 10 (valore attuale a tempo zero se calcolata a
tasso = 0.1
> 1*(nu)^(1-tau) + 1*(nu)^(2-tau) + 1*(nu)^(3-tau) +
1*(nu)^(4-tau) + 11*(nu)^(5-tau);
      v(1-τ) + v(2-τ) + v(3-τ) + v(4-τ) + 11 v(5-τ)
> plot3d({1*(nu)^(1-tau) + 1*(nu)^(2-tau) + 1*(nu)^(3-tau) +
1*(nu)^(4-tau) + 11*(nu)^(5-tau), 10}, nu=0.5..1,tau=0..5,
axes=boxed, orientation=[-140,70]);

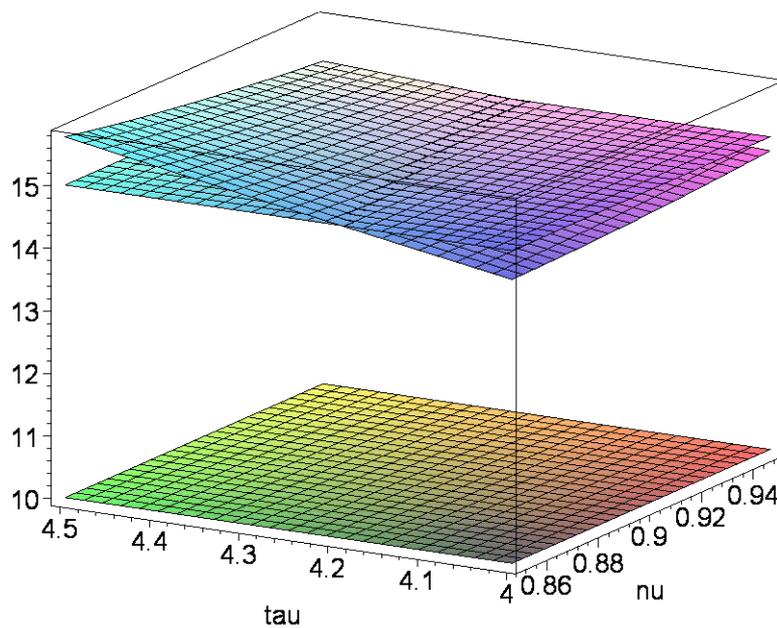
```



```

> # qui aggiungo anche il livello 15 per vedere meglio cosa
succede
> plot3d({1*(nu)^(1-tau) + 1*(nu)^(2-tau) + 1*(nu)^(3-tau) +
1*(nu)^(4-tau) + 11*(nu)^(5-tau), 10,15},
nu=0.85..0.95,tau=4..4.5, axes=boxed, orientation=[-150,70]);
>

```

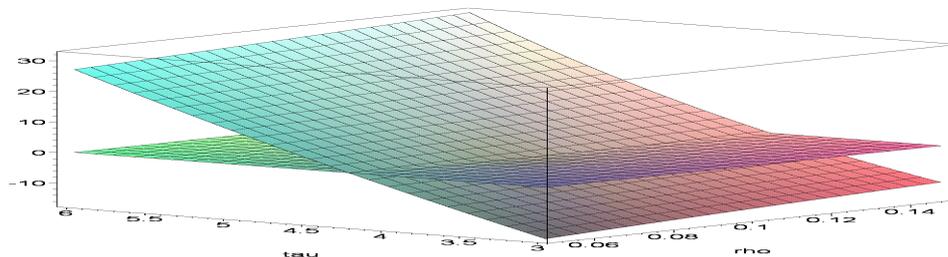


```

> # calcoliamo la derivata parziale rispetto a rho
> # e disegniamone il grafico, in modo da avere un'idea di dove si
  annulla
> 1*(tau-1)*(1+rho)^(tau-2) + 1*(tau-2)*(1+rho)^(tau-3) +
  1*(tau-3)*(1+rho)^(tau-4) + 1*(tau-4)*(1+rho)^(tau-5) +
  11*(tau-5)*(1+rho)^(tau-6);
> plot3d({1*(tau-1)*(1+rho)^(tau-2) + 1*(tau-2)*(1+rho)^(tau-3) +
  1*(tau-3)*(1+rho)^(tau-4) + 1*(tau-4)*(1+rho)^(tau-5) +
  11*(tau-5)*(1+rho)^(tau-6), 0}, rho=0.05..0.15,tau=3..6,
  axes=boxed, orientation=[-140,70]);

```

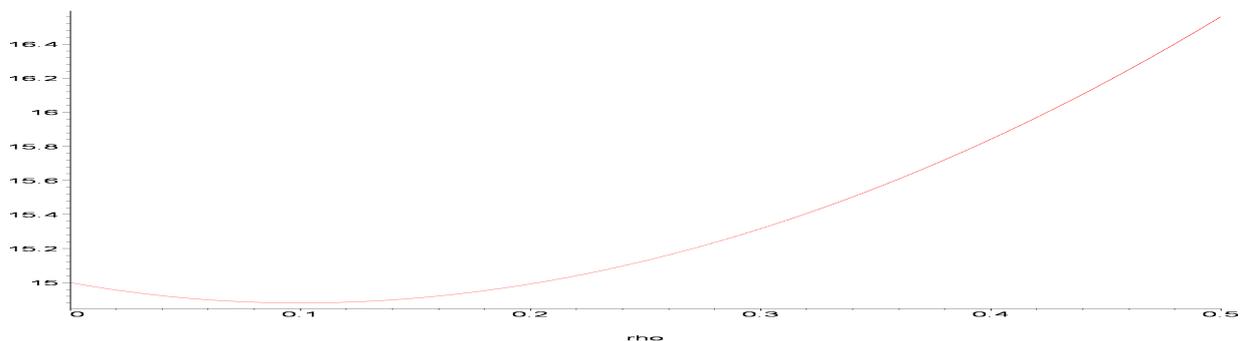
$$(\tau-1)(1+\rho)^{(\tau-2)} + (\tau-2)(1+\rho)^{(\tau-3)} + (\tau-3)(1+\rho)^{(\tau-4)} + (\tau-4)(1+\rho)^{(\tau-5)} + 11(\tau-5)(1+\rho)^{(\tau-6)}$$



```
> # si puo' notare che la derivata parziale rispetto a rho
> # vale 0 per rho = r = 0.1 per tau uguale alla duration
> # che vale all'incirca 4.17: vedi grafico sotto
> # (i calcoli per trovare la duration sono fatti dopo)
> 1*(1+rho)^(4.17-1) + 1*(1+rho)^(4.17-2) + 1*(1+rho)^(4.17-3) +
  1*(1+rho)^(4.17-4) + 11*(1+rho)^(4.17-5);
```

$$(1+\rho)^{3.17} + (1+\rho)^{2.17} + (1+\rho)^{1.17} + (1+\rho)^{-17} + \frac{11}{(1+\rho)^{83}}$$

```
> plot(1*(1+rho)^(4.17-1) + 1*(1+rho)^(4.17-2) +
  1*(1+rho)^(4.17-3) + 1*(1+rho)^(4.17-4) + 11*(1+rho)^(4.17-5),
  rho=0..0.5);
```



- > # il grafico precedente mostra il grafico del VA al tempo 4.17 (= duration)
- > # come si vede il VA della obbligazione e' MINIMO in corrispondenza
- > # del tasso di interesse 0.1
- > # quindi, variazioni ("parallele") del tasso di interesse ci "garantiscono"
- > # che il VA al tempo 4.17 non possa fare altro che aumentare
- > # siamo quindi "immunizzati" rispetto a variazioni del tasso di interesse, ma tutto
- > # cio' sotto varie ipotesi e naturalmente sempre per variazioni "piccole" dei
- > # tassi di interesse
- >
- > # calcolo della duration di questo flusso di cassa:

```
> V(erre) := (1*(1+erre)^(-1) + 1*(1+erre)^(-2) + 1*(1+erre)^(-3) +  
1*(1+erre)^(-4) + 11*(1+erre)^(-5));
```

```
>
```

$$V(erre) := \frac{1}{1+erre} + \frac{1}{(1+erre)^2} + \frac{1}{(1+erre)^3} + \frac{1}{(1+erre)^4} + \frac{11}{(1+erre)^5}$$

```
> D(erre) := (1*(1+erre)^(-1)*1 + 1*(1+erre)^(-2)*2 +  
1*(1+erre)^(-3)*3 + 1*(1+erre)^(-4)*4 +  
11*(1+erre)^(-5)*5)/V(erre);
```

$$D(erre) := \frac{\frac{1}{1+erre} + \frac{2}{(1+erre)^2} + \frac{3}{(1+erre)^3} + \frac{4}{(1+erre)^4} + \frac{55}{(1+erre)^5}}{\frac{1}{1+erre} + \frac{1}{(1+erre)^2} + \frac{1}{(1+erre)^3} + \frac{1}{(1+erre)^4} + \frac{11}{(1+erre)^5}}$$

```
> # si noti, nel plot successivo, che abbiamo un andamento lineare
```

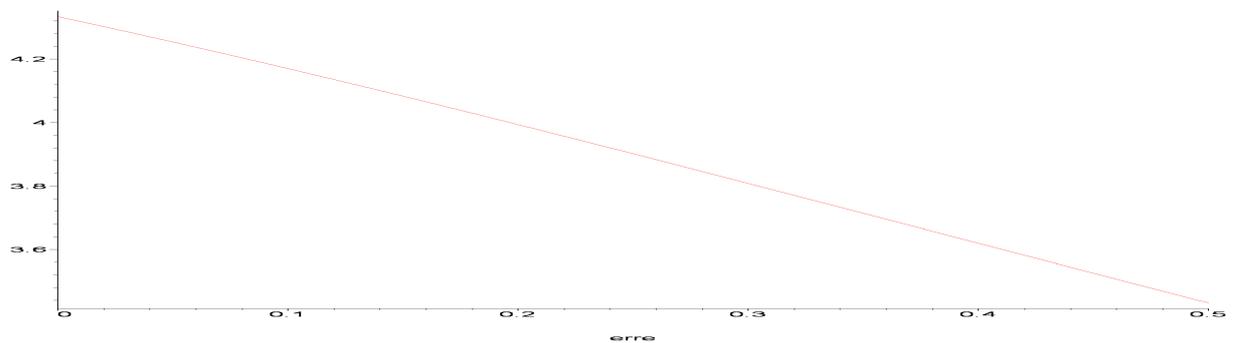
```
> # ma non e' che la duration sia una funzione lineare del tasso  
di interesse
```

```
> # come si puo' vedere dal grafico successivo
```

```
> #
```

```
>
```

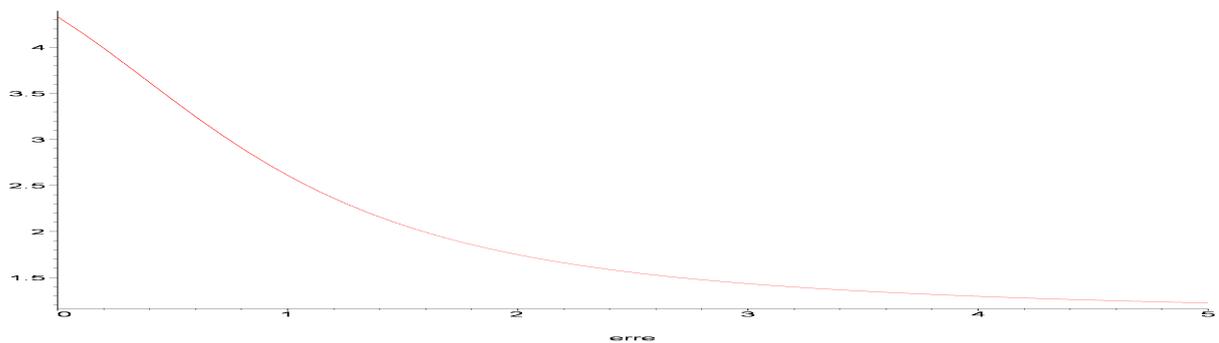
```
> plot((1*(1+erre)^(-1)*1 + 1*(1+erre)^(-2)*2 + 1*(1+erre)^(-3)*3  
+ 1*(1+erre)^(-4)*4 + 11*(1+erre)^(-5)*5)/(1*(1+erre)^(-1) +  
1*(1+erre)^(-2) + 1*(1+erre)^(-3) + 1*(1+erre)^(-4) +  
11*(1+erre)^(-5)), erre=0..0.5);
```



```

> # ecco il grafico il quale mostra come la duration non sia
  # lineare
> # nel tasso di interesse
>
> plot((1*(1+erre)^(-1)*1 + 1*(1+erre)^(-2)*2 + 1*(1+erre)^(-3)*3
+ 1*(1+erre)^(-4)*4 + 11*(1+erre)^(-5)*5)/(1*(1+erre)^(-1) +
1*(1+erre)^(-2) + 1*(1+erre)^(-3) + 1*(1+erre)^(-4) +
11*(1+erre)^(-5)), erre=0..5);

```



```

> # calcoliamo finalmente la duration, facendo fare a Maple i
  conti necessari
> eval(1*(1+0.1)^(-1)*1 + 1*(1+0.1)^(-2)*2 + 1*(1+0.1)^(-3)*3 +
  1*(1+0.1)^(-4)*4 + 11*(1+0.1)^(-5)*5)/(1*(1+0.1)^(-1) +
  1*(1+0.1)^(-2) + 1*(1+0.1)^(-3) + 1*(1+0.1)^(-4) +
  11*(1+0.1)^(-5));

```

4.169865447

```

>

```