

1 Gioco falco-colomba in strategie miste

Ricopiamo qui la tabella del gioco “falco-colomba” che è a pag. 137 del libro:

I \ II	F	C
F	$v/2 - c, v/2 - c$	$v, 0$
C	$0, v$	$v/2, v/2$

Tabella 1: Il gioco “falco-colomba”

Per quanto riguarda le strategie miste, usiamo come di solito $p, 1 - p$ e $q, 1 - q$ per indicare le strategie miste rispettivamente di I e II .

Il payoff atteso di I è:

$$\begin{aligned} f(p, q) &= \left(\frac{v}{2} - c\right)pq + vp(1 - q) + 0(1 - p)q + \frac{v}{2}(1 - p)(1 - q) = \frac{v}{2}p - \frac{v}{2}q + \frac{v}{2} - cpq = \\ &= \left(\frac{v}{2} - cq\right)p + \frac{v}{2}(1 - q) \end{aligned}$$

Consideriamo dapprima il caso $c < v/2$. Visto che nel gioco finito di partenza (quello in “strategie pure”, per capirci) la strategia “F” è fortemente dominante, la considerazione delle strategie miste non porta alcuna novità. Cioè, ci aspettiamo comunque una popolazione (evolutiveamente stabile) composta di soli “falchi”.

Per $c \geq v/2$, analizziamo la “best reply”: per $q < \frac{v}{2c}$ la best reply per I è $p = 1$, per $q = \frac{v}{2c}$ è tutto $[0, 1]$, per $q > \frac{v}{2c}$ la best reply è $p = 0$. Per II la situazione è del tutto simmetrica. Quindi per $p < \frac{v}{2c}$ la best reply per II è $q = 1$, per $p = \frac{v}{2c}$ è tutto $[0, 1]$, per $p > \frac{v}{2c}$ la best reply è $q = 0$.

In figura 1 disegniamo le best reply per il caso in cui $c > v/2$.

Le best reply ci permettono di individuare gli equilibri di Nash in strategie miste. Troviamo due equilibri puri ed uno in strategie completamente miste (il cui payoff atteso è $\frac{v}{2c} \cdot (c - \frac{v}{2})$ per entrambi i giocatori).

In figura 2 disegniamo le best reply per il caso in cui $c = v/2$.

Dalla figura si vede che vi sono infiniti equilibri di Nash in strategie miste. Tuttavia, l’unico equilibrio che può essere un ESS è quello simmetrico, già trovato in strategie “pure”. Esso rimane ESS anche per l’estensione mista, come è agevole verificare.

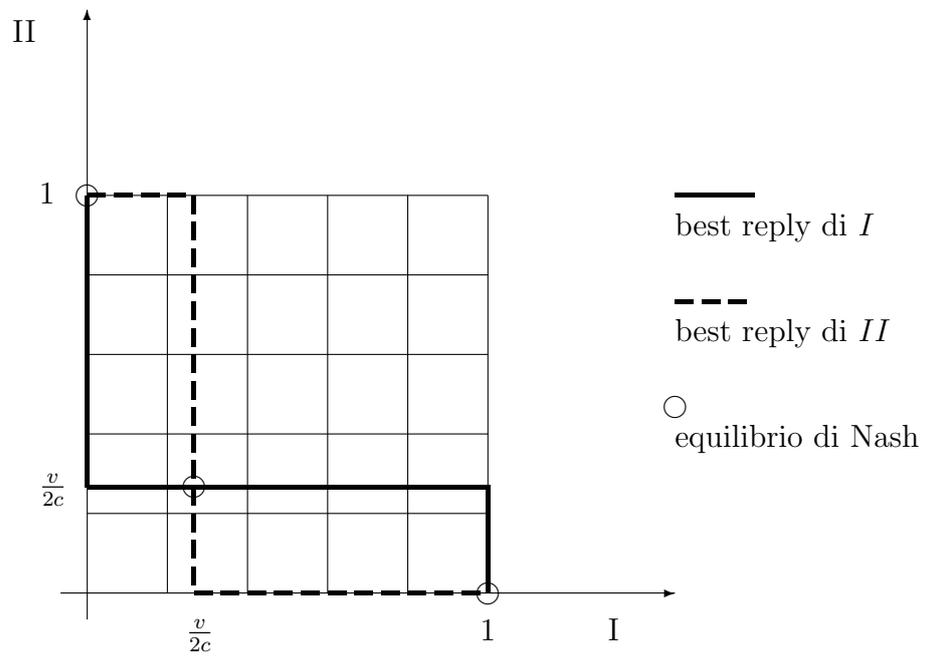


Figura 1: I grafici delle corrispondenze di miglior risposta per $c > v/2$

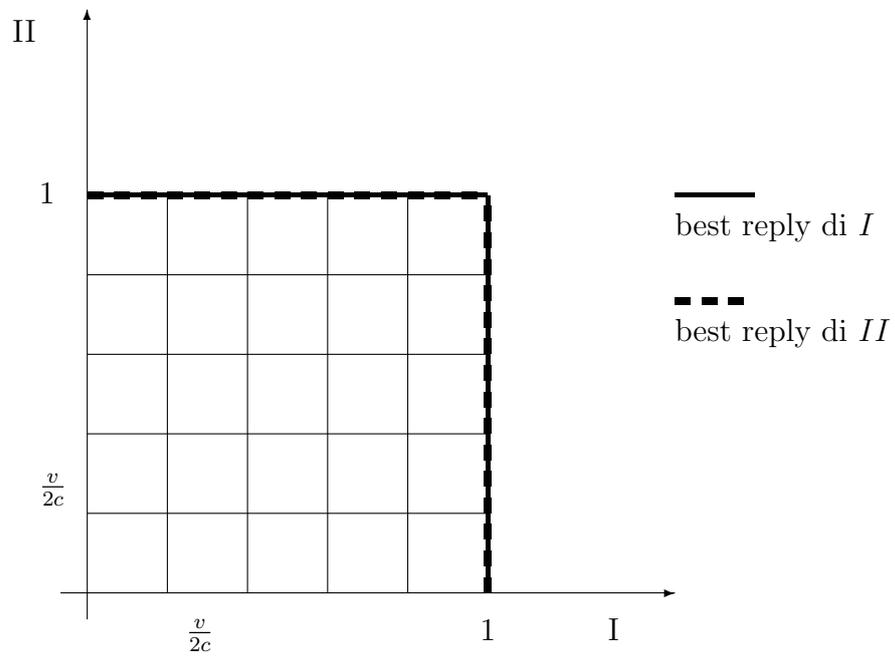


Figura 2: I grafici delle corrispondenze di miglior risposta per $c = v/2$