

Game practice: la teoria dei giochi applicata sul serio

Fioravante PATRONE

DIPTM
Università di Genova

Seminari di cultura matematica, Politecnico di Milano
Milano, 23 maggio 2007

Sommario

Teoria dei Giochi

- Introduzione

- Esempio del condominio (© Stefano Moretti)

Acqua

- Trattamento acque reflue per irrigazione

- Allocazione acqua nel Kat River

Microarray

Microarray games

- Perché Shapley?

- Esempio

- I numeri li troviamo facilmente?

Altre applicazioni

- Uso equo ed efficiente delle risorse

- Ulteriori applicazioni

Giochi cooperativi a pagamenti laterali

Teoria dei giochi: decisori razionali interagenti

Giochi **cooperativi**/non cooperativi

Solo cooperativi e solo un concetto di soluzione: valore Shapley

Un esempio: tre giocatori (un cantante, due chitarristi)

$$v(\{1\}) = v(\{2\}) = v(\{3\}) = v(\{2, 3\}) = 0$$

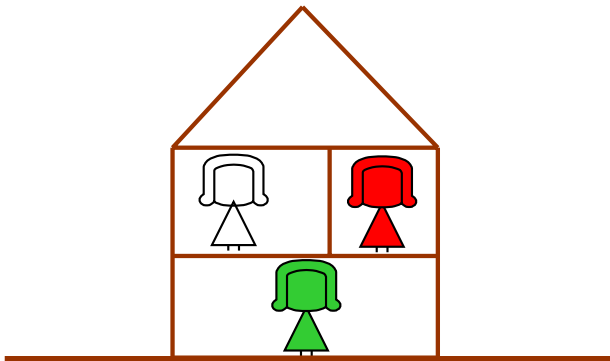
$$v(\{1, 2\}) = 150, \quad v(\{1, 3\}) = v(\{1, 2, 3\}) = 200$$

Nucleo prevede che 2 prende 0, mentre 1 almeno 150 e 3 al massimo 50 (la somma fa 200...).

2 serve solo a 1 a “fare alzare il prezzo”

Valore Shapley: 125 a 1, 25 a 2 e 50 a 3

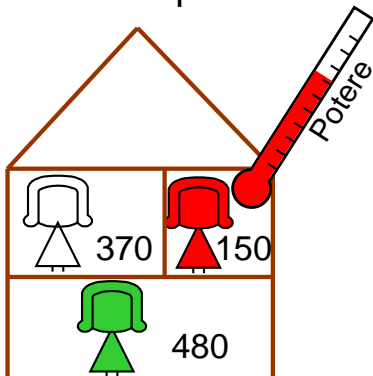
Condominio



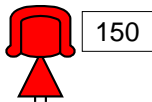
Assemblea condominiale

- **Regola decisionale:** vince il gruppo di condomini che ha più di due terzi dei millesimi.
- Come si può misurare il potere di ciascun condomino?

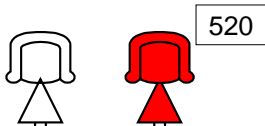
Indice di potere



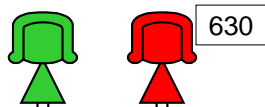
Che proprietà voglio che soddisfi un indice di potere?



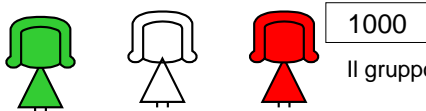
Il gruppo ha meno dei due terzi dei millesimi



Il gruppo ha meno dei due terzi dei millesimi



Il gruppo ha meno dei due terzi dei millesimi



Il gruppo ha più dei due terzi dei millesimi

0

Il gruppo ha meno dei due terzi dei
millesimi



370

Il gruppo ha meno dei due terzi dei
millesimi



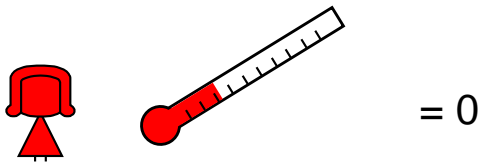
480

Il gruppo ha meno dei due terzi dei
millesimi



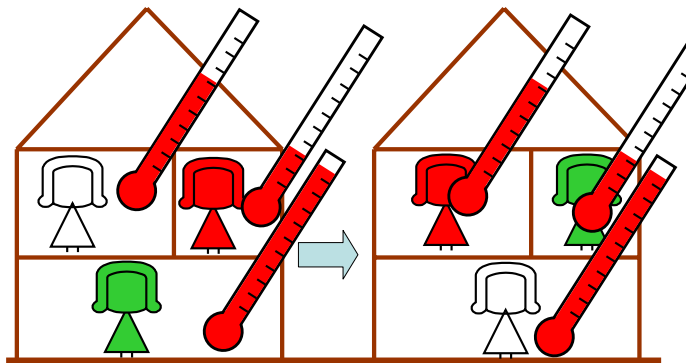
850

Il gruppo ha più dei due terzi dei
millesimi



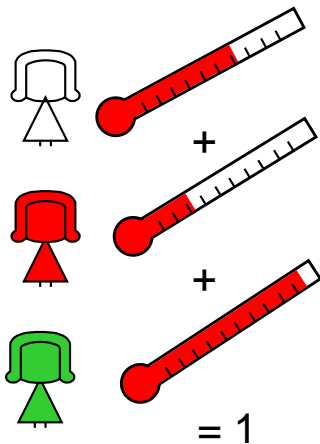
Giocatore nullo:

l'indice di potere di chi non contribuisce mai a far vincere un gruppo deve essere nullo

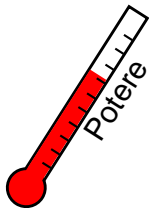


Anonimit :

L'indice di potere non dipende dal nome dei condomini



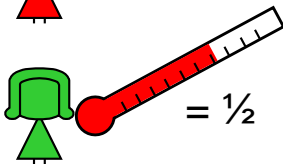
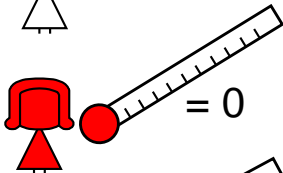
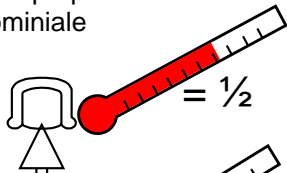
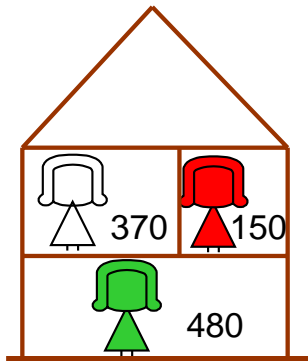
Efficienza: la somma degli indici di potere deve essere 1



L'Indice di Shapley&Shubik (1954)
soddisfa le proprietà di Anonimità,
Efficienza e del Giocatore nullo.

Inoltre...

... è l'unico che soddisfa tali proprietà nell'assemblea
condominiale



Il problema e l'idea

Una città e tre aziende agricole

Acqua bene (molto) scarso

Idea: spendere di più per trattamento della “wastewater”

Per poterla usare per irrigazione.

Haruvy (1997):

Israele/Palestina: nel 2040 si prevede che 10^9 mc/anno (il 75% dell'acqua per irrigazione) verrà da questa fonte

Libhaber (2003):

Total reclaimed for irrigation $0.254 \cdot 10^9$ mc/anno, i.e., 65% of the generated wastewater

Dubbi sull'applicabilità

Problemi:

- fissare i contorni
- non tutte le coalizioni sono possibili
- e il differente rischio?

Razionalità e ...

Fiume, tre sezioni;
una diga;
differenti colture (citrus/cabbage);
storia complessa

Usato: gioco di ruolo + simulazione

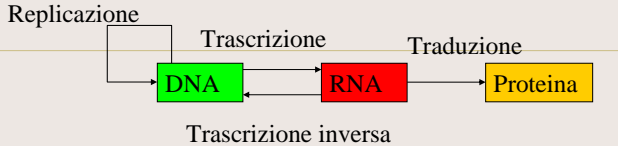
Confronto con gioco cooperativo
Difficile: assurda gestione della diga

... contestualizzazione

Attualmente (progetto Francia - Sud Africa *SAFe Water*):
Gioco cooperativo contestualizzato/decontestualizzato

Contestualizzazione? Acqua è ricca di valori:
non aprire il rubinetto, ma andare al fiume a prenderla
i diritti: non scritti, usurpati
la vita che dipende dall'acqua:
- gli animali che muoiono
- il raccolto che secca
- le malattie

Principio fondamentale



DNA

ATATCGGCATCAGTCGATCGATCATCGATCGAT



mRNA

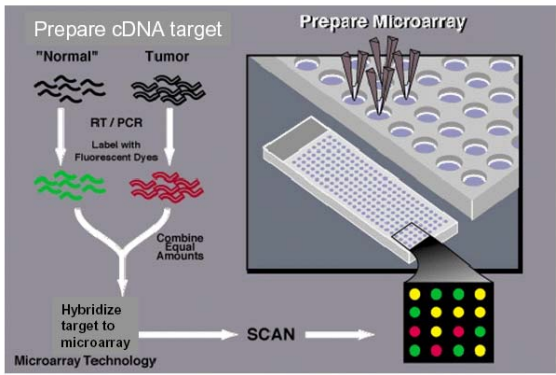
UAUAGCCGUAGUCAGCUAGCUAGUAGCUAGCUA

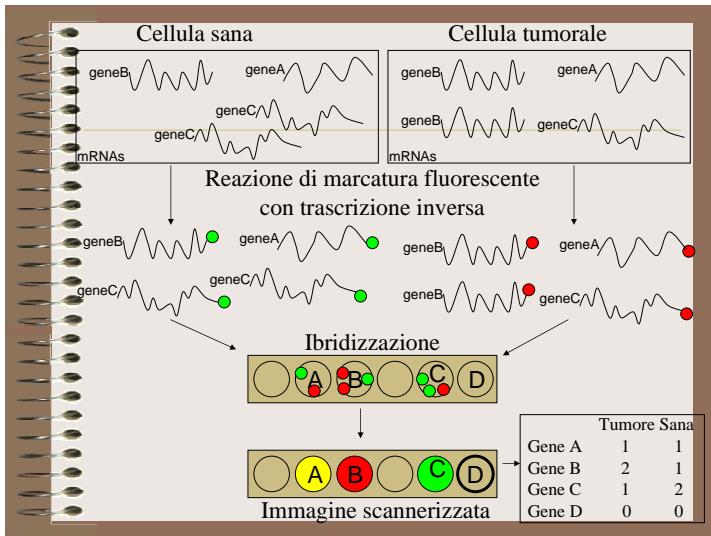


cDNA

ATATCGGCATCAGTCGATCGATCATCGATCGAT

Espressione genica: quantità di proteine prodotte da un singolo gene in una cellula





Scendono in campo i geni ...

- I giocatori sono proprio i **geni**
- Ma chi fornisce la **regola decisionale** nel contesto dei geni?
- Possibile risposta: affidiamoci ai dati di espressione forniti dai microarray.
- Esempio: definiamo un criterio per stabilire quali geni si comportano in maniera “anormale” su ciascun array.

| | array1 |
|-------|--------|
| gene1 | 0.121 |
| gene2 | 2.453 |
| gene3 | 3.586 |



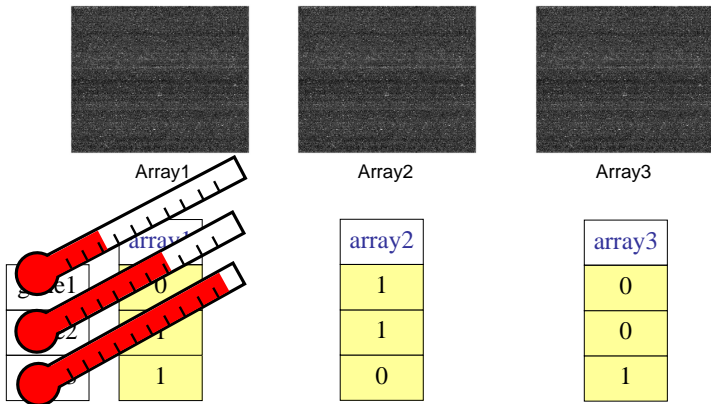
| | array1 |
|-------|--------|
| gene1 | 0 |
| gene2 | 1 |
| gene3 | 1 |

Regola decisionale

Un gruppo di geni è “*vincente*” in un array se **tutti i geni** che si comportano in maniera “anormale” nell’array sono **contenuti** nel gruppo.

| | t1 |
|-------|----|
| gene1 | 0 |
| gene2 | 1 |
| gene3 | 1 |

Sia gruppo {gene2, gene3} che il gruppo {gene1, gene2, gene3} è vincente.



- Il gruppo {gene2, gene3} è vincente due volte su tre;
- Il gruppo {gene1, gene2} è vincente una volta su tre
- Così via per tutti i possibili gruppi.

Scelta di proprietà *ragionevoli* nel *contesto* dato.

Equal splitting, partnership

Esistenza e unicità di soluzione che le soddisfa:
valore Shapley!

referee: “preferivo la caratterizzazione originale di Shapley”

1. non ha capito nulla
2. che razza di scienziato è?

Alcuni risultati su dati sperimentali

Abbiamo usato i dati ricavati mediante utilizzo di microarray da Alon et al. (1999) su cellule di tessuti tumorali e sane del colon.

- I microarray considerati hanno 6500 geni umani e 62 campioni cellulari in tutto (40 tumorali).

| Nome gene | Indice di Shapley ($\times 10^{-3}$) |
|--|--|
| H.sapiens mRNA for GCAP-II/uroguanylin precursor | 3.83 |
| Nucleolin | 3.56 |
| Gelsolin precursor, Plasma | 3.34 |
| DNA-(Apurinic or apyrimidinic site) Lyase | 3.23 |
| Human vasoactive intestinal peptide (VIP) | 3.21 |

Alcuni risultati su dati sperimentali

Abbiamo usato i dati ricavati mediante utilizzo di microarray da Alon et al. (1999) su cellule di tessuti tumorali e sane del colon.

- I microarray considerati hanno 6500 geni umani e 62 campioni cellulari in tutto (40 tumorali).

| Nome gene | Indice di Shapley ($\times 10^{-3}$) |
|--|--|
| H.sapiens mRNA for GCAP-II/uroguanylin precursor | 3.83 |
| Nucleolin | 3.56 |
| Gelsolin precursor, Plasma | 3.34 |
| DNA-(Apurinic d'è noto il coinvolgimento di questi geni nei processi tumorali Lyase | 3.22 |
| Human vasoactive intestinal peptide (VIP) | 3.21 |

Alcuni risultati su dati sperimentali

Abbiamo usato i dati ricavati mediante utilizzo di microarray da Alon et al. (1999) su cellule di tessuti tumorali e sane del colon.

- I microarray considerati hanno 6500 geni umani e 62 campioni cellulari in tutto (40 tumorali).

| Nome gene | Indice di Shapley ($\times 10^{-3}$) |
|--|--|
| H.sapiens mRNA for GCAP-II/uroguanylin precursor | 3.83 |
| Nucleolin | 3.56 |
| Gelsolin precursor, Plasma | 3.34 |
| DNA-(Apurinic e Apurified) Lyase | 3.23 |
| Human vasoactive intestinal peptide (VIP) | 3.21 |

E' noto il coinvolgimento di questi geni nei processi tumorali

!?

Come si può effettivamente calcolare il valore Shapley?
Studiati 2000 geni su 6500.

Non è scontato. Vedi:
localizzazione ambulanze per il 118 (Fragnelli).

Per i microarray games si calcola “facilmente”.

Allocazione delle ambulanze per il 118

Valore Shapley, per:

modo efficace ed equo di distribuire la risorsa ambulanza sul territorio.

Anche per stimare:

dove dislocare (eventuali) risorse aggiuntive

dove, nel corso del servizio, si stiano creando le carenze più gravi

Scambio di reni (crossover)

Allocazione di organi trapiantabili.

Caso dei donatori viventi (reni).

Fare scambi di donatori, se donatore/ricevente sono incompatibili?

Come farlo?

Evitare rischi di distorsione del meccanismo di allocazione!

Mechanism design (aste; Re Salomone...)

MSA

Multi-perturbation Shapley value analysis

Analisi importanza dei singoli geni nel meccanismo di riparazione del DNA nel lievito (*Saccharomyces cerevisiae*)

Delezione di un singolo gene non utile: presenza di **duplicati** e di **percorsi metabolici alternativi**

Delezioni multiple per il percorso metabolico del percorso metabolico associato alla proteina Rad6

Coinvolti 5 geni, fatti 21 esperimenti sui 32 necessari.
Problema: **stimare** il valore Shapley da una serie di dati che non contiene tutti i $v(S)$

TUIC games

Bilanciare *numero dati* ↔ *costo per ottenerli*

“bilanciare”:



giustizia? Sì, a volte è proprio una questione di giustizia!

Esempio, ripartizione spese uso ascensore: **proxies**

Attribuzione di rilevanza a singole (con)cause

1998 a Genova (Game Practice I): Land e Gefeller.

Uso del valore Shapley per valutare l'incidenza di vari fattori su una *specifica malattia*.

O anche per un *incidente*

Esempio:

- fumo
- inquinamento atmosferico
- abitudini alimentari

Esempio:

Triage of Acute Abdominal Pain in Childhood: Clinical Use of a Palm Handheld in a Pediatric Emergency Department

Indici di potere: Shapley o Banzhaf?

Indici di potere:

Consiglio Europeo (Lux “dummy”) - Consiglio di sicurezza ONU
- Elezioni del presidente USA - Parlamento della Catalogna -
etc. SpA

Ma perché Shapley (tutte le permutazioni equiprobabili) non
Banzhaf (tutte le coalizioni equiprobabili)?

Leech: analisi osservativa su delibere prese da Consigli di
Amministrazione di SpA

Risultato: Banzhaf sembra fornire stima migliore del potere
(=capacità di “imporre” le proprie scelte) di quanto non faccia
Shapley

Un paio di link

Game Practice:

<http://www.citg.unige.it/GP.htm>

Teoria dei giochi:

<http://www.diptem.unige.it/patrone/DRI.htm>